

# **Tercer Ejercicio. Seguridad Nuclear**

## **Tema 3.A.05**

### **Teorías de la Difusión y del Transporte de Neutrones. Cinética puntual.**

#### **Coeficientes de reactividad y parámetros cinéticos.**

#### **Evaluación del grado de quemado.**

#### I. Generalidades

#### II. Teoría de transporte

##### II.1. Ecuación de transporte

##### II.2. Aproximaciones

#### III. Teoría de la difusión

##### III.1. Ecuación de difusión

##### III.2. Coeficiente de difusión

##### III.3. Resolución de la ecuación de difusión: fuente puntual

##### III.4. Longitud de difusión

#### IV. Análisis de reactores en estado estacionario

##### IV.1. Fórmula de los cuatro factores

##### IV.2. Teoría de difusión para un grupo de energía

#### V. Cinética puntual

##### V.1. Neutrones de fisión

##### V.2. Vida media de los neutrones inmediatos

##### V.3. Ecuaciones de la cinética puntual

##### V.4. Periodo del reactor

#### VI. Coeficientes de reactividad

##### VI.1. Efecto de la temperatura en la reactividad

##### VI.2. Coeficiente de potencia y defecto de potencia

##### VI.3. Efecto de los huecos y la ebullición

#### VII. Evaluación del grado de quemado

##### VII.1. Cálculos de quemado

##### VII.2. Efecto de los productos de fisión

#### VIII. Bibliografía

## Resumen ejecutivo

En este tema se proporcionan los fundamentos básicos de las teorías de transporte y de difusión neutrónica, sus limitaciones y dificultades de resolución, y las aproximaciones más sencillas que se aplican en los casos prácticos. El objetivo es llegar a la formulación sencilla del análisis de los reactores en estado estacionario y de la cinética puntual, con el fin de revisar los parámetros y variables fundamentales.

Una vez hecha la formulación, se definen y tratan los coeficientes de reactividad de los reactores nucleares, es decir, la variación de la reactividad del reactor en función de la evolución de las variables más importantes.

Por último, se revisan los aspectos básicos relacionados con el quemado del combustible en el reactor, y con el cambio de la composición isotópica asociado, que provoca la aparición de isótopos absorbentes neutrónicos que tienden a modificar la reactividad del reactor.

## Relación con otros temas

### *Primer ejercicio, parte B:*

1. Reacciones nucleares. Radiactividad artificial. Estructura nuclear. Fuerzas nucleares. Estabilidad nuclear.
2. Esquemas de desintegración radiactiva. Interacción de partículas cargadas y radiaciones con la materia. Detección de partículas y radiaciones.
3. Neutrones. Interacción de los neutrones con la materia. Secciones eficaces de las reacciones neutrónicas. Fisión nuclear. Difusión y moderación de neutrones.
4. Cinética y control de reactores nucleares. Reactividad. Coeficientes de realimentación.
6. Combustibles nucleares. Tipos. Propiedades. Diseño. Materiales. Evolución isotópica. Quemado.
9. Reactores nucleares. Componentes. Tipos.

## I.Generalidades

La reacción en cadena en un reactor nuclear solamente se mantiene si la masa de material fisible está por encima de un cierto valor, denominado masa crítica. Aunque la masa crítica de un sistema depende de muchos factores, su valor es único para un sistema dado. La determinación de la masa crítica de un sistema se realiza mediante un balance de los neutrones que se generan en el material fisible y los que desaparecen del sistema tanto por fugas como por reacciones de absorción en los núclidos del propio sistema.

El parámetro que se utiliza para conocer si un medio material de dimensiones infinitas se encuentra próximo a la condición crítica es la constante de multiplicación infinita ( $k_{\infty}$ ), que se define como el cociente entre los números de neutrones de dos generaciones neutrónicas sucesivas:

$$k_{\infty} = \text{neutrones en generación N} / \text{neutrones en generación N-1}$$

Esta definición equivale a hacer un balance entre los neutrones que se generan en el material fisible y los que desaparecen del sistema. Además, al tratarse de un medio de dimensiones infinitas, no existen fugas de neutrones del sistema, por lo que los neutrones solamente pueden desaparecer del mismo por los mecanismos de absorción que se han citado:

$$k_{\infty} = \text{neutrones producidos} / \text{neutrones absorbidos}$$

En la práctica, el medio en el cual tiene lugar la reacción en cadena es de dimensiones finitas (núcleo del reactor, almacenamientos de combustible, contenedores de almacenamiento, etc.). En este caso al cociente entre los números de neutrones de dos generaciones sucesivas se le denomina constante de multiplicación efectiva ( $k_{\text{ef}}$ ). La única diferencia entre ambas es la existencia de fugas neutrónicas:

$$k_{\text{ef}} = \text{neutrones producidos} / (\text{neutrones fugados} + \text{neutrones absorbidos})$$

En función de este balance, sabremos si la reacción en cadena de nuestro sistema es subcrítica ( $k < 1$ ), estable ( $k = 1$ ) o supercrítica ( $k > 1$ ), pues a pesar de la pérdida de neutrones por los mecanismos citados, la producción neutrónica por fisión puede superar a las pérdidas totales en el sistema.

Para un sistema determinado, se puede establecer una relación entre las constantes de multiplicación efectiva e infinita de la siguiente forma:

$$k_{\text{ef}} / k_{\infty} = \text{neutrones absorbidos} / (\text{neutrones fugados} + \text{neutrones absorbidos})$$

La fracción del segundo miembro es en realidad una medida de la probabilidad de que un neutrón sea absorbido en lugar de fugarse del sistema, es decir, de que no escape del mismo, y se denomina probabilidad de permanencia ("non-leakage"):

$$k_{\text{ef}} / k_{\infty} = P_{\text{nl}} \quad ; \quad k_{\text{ef}} = k_{\infty} \cdot P_{\text{nl}}$$

Mientras que el valor de la constante de multiplicación infinita depende solamente de las características materiales del sistema, la probabilidad  $P_{nl}$  depende también de sus características geométricas.

A partir del concepto de constante de multiplicación efectiva, se define el de reactividad como el cociente:

$$\rho = (k_{ef} - 1) / k_{ef}$$

La reactividad es igualmente una medida del grado de subcriticidad del sistema, correspondiendo la reactividad nula al estado crítico ( $k = 1$ ), la negativa al estado subcrítico y la positiva al supercrítico.

El objetivo de este tema es el establecer las ecuaciones que permitan determinar el comportamiento de un sistema en el que tiene lugar una reacción en cadena. La caracterización de su comportamiento se realiza mediante la evolución temporal del flujo neutrónico en cada punto del sistema, puesto que esta magnitud es la que determina la proximidad del sistema respecto de la condición de criticidad. Se entiende por flujo neutrónico en un punto del sistema el número de neutrones que pasan por una unidad de superficie situada en el punto de interés por unidad de tiempo. Por la propia definición, el flujo neutrónico en un punto es el producto de la densidad neutrónica en ese punto por la velocidad de los neutrones:

$$\Phi = nv$$

Determinar la evolución temporal del flujo neutrónico es equivalente a determinar la de la densidad neutrónica. Como se irá viendo, la determinación de esta evolución temporal requiere representar de forma adecuada la generación de neutrones en el material fisible, y todos los procesos que posteriormente ocurren a los neutrones en el sistema (reacciones de fisión, de captura sin fisión, de "scattering" elástico o inelástico, fuga del sistema,...), así como la forma en que el cambio de las condiciones del sistema (temperatura, fuentes externas de neutrones, propiedades del moderador,...) afecta al flujo neutrónico. Este proceso no es sencillo, y requiere la utilización de aproximaciones de diverso carácter.

El balance neutrónico en un reactor es el que define la forma en que evoluciona el flujo neutrónico con el tiempo. De manera general, este balance puede expresarse en cada instante como:

$$\partial n / \partial t = \text{Producción} - \text{Escape} - \text{Absorción}$$

donde:  $n$  = densidad neutrónica (neutrones por unidad de volumen)  
 $\partial n / \partial t$  = variación de la densidad neutrónica con el tiempo

y los términos del segundo miembro se expresan como ritmos de producción, de escape y de absorción por unidad de volumen del material y por unidad de tiempo.

Si el sistema se encuentra en estado estacionario ( $\partial n / \partial t = 0$ , reactor justamente crítico), la ecuación de balance neutrónico puede escribirse como:

$$\text{Producción} = \text{Absorción} + \text{Escape}$$

Esta ecuación es la que define las condiciones críticas de un reactor. El valor de los términos de producción y absorción depende de las secciones eficaces del material correspondiente para cada uno de estos procesos, y se determinan experimentalmente. Una vez conocidas las propiedades nucleares del sistema (las secciones eficaces y otros datos nucleares), el cálculo de estos dos términos no es demasiado complejo.

No ocurre lo mismo con el cálculo de las fugas neutrónicas, a pesar de que se trata de un problema de mecánica clásica de determinación de trayectorias. Los neutrones experimentan colisiones elásticas con cualquier núcleo, por lo que su trayectoria es una línea segmentada cuyos vértices corresponden a la posición de los núcleos con los que el neutrón ha colisionado. El cambio de dirección que el neutrón sufre tras cada colisión no puede conocerse con exactitud, pero sí puede expresarse como una distribución de probabilidad. Si el análisis se realiza para un número elevado de neutrones dentro del medio, el resultado global es que hay un traslado de neutrones desde las zonas en que la densidad neutrónica es más elevada hacia aquellas en las que es más baja (de manera análoga a la igualación de presiones en un gas). Este proceso es el que se denomina de difusión neutrónica, y hace que las fugas neutrónicas presenten una dependencia espacial, puesto que la probabilidad de fuga de un neutrón en una zona de alta densidad neutrónica no es igual que en zonas donde la densidad sea más baja.

Adicionalmente, los neutrones de alta energía (denominados rápidos) producidos en la fisión, sufren un proceso de termalización o moderación en el reactor, que consiste en la reducción de su energía cinética por colisión con los núcleos del material moderador. Los neutrones de diferentes energías van a tener también una probabilidad de fuga diferente, por lo que el término de fugas va a ser también dependiente de la energía.

## II. Teoría de transporte

### II.1. Ecuación de transporte

El tratamiento riguroso de la difusión neutrónica se realiza de manera totalmente análoga al tratamiento clásico de Boltzmann de la difusión gaseosa, con la única diferencia de que, al ser muy baja la densidad neutrónica en un reactor, no existen prácticamente colisiones entre neutrones. Dicho de otra forma, las colisiones que producen la difusión tienen lugar mayoritariamente con los núcleos del material, que pueden considerarse estacionarios.

En la expresión más general de la ecuación de Boltzmann se caracteriza cada neutrón de manera individual mediante 7 variables: posición en el espacio  $\mathbf{r}$  (3 variables), dirección de su movimiento  $\Omega$  (2 variables), energía cinética  $E$  y tiempo  $t$  en el que el neutrón está en posición  $\mathbf{r}$ , moviéndose en dirección  $\Omega$  con energía  $E$ . La resolución de la ecuación proporciona, por tanto, una descripción completa de todos los neutrones dentro de un sistema dado.

La ecuación de transporte de Boltzmann se obtiene considerando un elemento de volumen del sistema, y formulando expresiones que representen los diversos modos de entrada y salida de ese volumen de los neutrones de una energía (velocidad) concreta. En el caso de un sistema crítico en estado estacionario el balance total tiene que ser cero, como se ha visto. Si se integra la igualdad así obtenida para todas las energías de los neutrones y para todo el volumen del sistema, se obtiene la ecuación de transporte. Una forma de la ecuación de transporte en estado estacionario es la siguiente:

$$-\Omega \cdot \nabla \Phi - \Sigma \cdot \Phi + \iint \Sigma' \cdot f' \cdot \Phi' \cdot d\Omega' \cdot dE' + S = 0$$

donde:  $\Omega$  = vector dirección

$\Phi = \Phi(r, \Omega, E)$  es el flujo neutrónico angular en la posición  $r$  con energía  $E$  y moviéndose en la dirección  $\Omega$ . El flujo angular se define como:

$$\Phi(r, \Omega, E) = v \cdot N(r, \Omega, E)$$

siendo  $v$  la velocidad del neutrón y  $N$  la densidad neutrónica angular, que es el número esperado de neutrones en la posición  $r$  que se mueven en dirección  $\Omega$  con energía  $E$  por unidad de volumen, por unidad de unidad de ángulo sólido y por unidad de intervalo de energía.

$\Phi = \Phi(r, \Omega, E')$  es igual al anterior para neutrones de energía  $E'$  moviéndose en dirección  $\Omega'$ .

$\Sigma = \Sigma(r, E)$  es la sección eficaz macroscópica total para todas las interacciones para los neutrones de energía  $E$  en el punto  $r$ .

$\Sigma' = \Sigma'(r, E')$  es igual a la anterior para los neutrones de energía  $E'$ .

$f' = f(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E)$  es la probabilidad de que un neutrón que está en el punto  $r$  con energía  $E'$  y dirección  $\Omega'$  tenga una energía  $E$  y una dirección  $\Omega$  después de una interacción.

$S = S(r, \Omega, E)$  es la fuente existente de neutrones de energía  $E$  y dirección  $\Omega$  en el punto  $r$

Con estas definiciones, el significado de los cuatro términos de la ecuación es el siguiente:

- $\Omega \cdot \nabla \Phi$ : Ritmo de pérdida de neutrones de energía  $E$  y dirección  $\Omega$  por fugas del elemento de volumen considerado
- $\Sigma \cdot \Phi$ : Ritmo de pérdida de neutrones de energía  $E$  y dirección  $\Omega$  como resultado de todas las interacciones posibles con los núcleos del material
- $\iint \Sigma' f' \Phi' d\Omega' dE'$ : Ritmo de creación de neutrones libres con energía  $E$  y dirección  $\Omega$  como resultado de interacciones de neutrones de cualquier energía y dirección con los núcleos del material. El producto  $\Sigma' f'$  es una medida del ritmo al que los

neutrones de energía  $E'$  y dirección  $\Omega'$  se convierten en neutrones de energía  $E$  y dirección  $\Omega$  como resultado de las interacciones. La integral se extiende a todos los valores de la energía  $E'$  inicial y a todas las direcciones  $\Omega'$

-  $S$ : Ganancia de neutrones de energía  $E$  y dirección  $\Omega$  proveniente de una o varias fuentes neutrónicas

En la forma más general de la ecuación de transporte, el tercer término incluye la producción de neutrones por fisión, y  $S$  representa una fuente de neutrones externa. Si dicha fuente no existe, entonces se suele extraer la producción de neutrones por fisión del tercer término y añadirlo como un término fuente separado. En ese caso la sección eficaz  $\Sigma'$  no incluye la de fisión, aunque  $\Sigma$  si la incluye. Ambas deben incluir, sin embargo, las secciones eficaces correspondientes a reacciones nucleares de producción del tipo  $(n, 2n)$  y similares.

## II.2. Aproximaciones

En principio, tras introducir las secciones eficaces de fisión, captura y absorción adecuadas de todos los materiales que integran el sistema, y la descripción geométrica del mismo, la ecuación podría resolverse por métodos numéricos adecuados. Sin embargo, debido a la extrema complejidad de las secciones eficaces y de las geometrías de la mayoría de los sistemas reales, esta aproximación puede ser poco práctica. Incluso con los actuales métodos computacionales de elevada velocidad es necesario introducir algunas simplificaciones y aproximaciones para resolverla. La ecuación solamente puede resolverse de forma exacta en algunos casos simples, que lógicamente no son los de interés para el análisis de reactores.

La integral del segundo miembro de la ecuación requiere expresar todas las magnitudes del integrando como funciones de la energía y del espacio para todo el rango aplicable (desde energías térmicas hasta rápidas y para todas las direcciones del espacio), lo que en general no es posible. Por ello, se recurre a dos tipos de aproximaciones para tratar la integración respecto de la dirección:

- Se representan  $\Sigma'f$ ,  $\Phi'$  y la fuente de neutrones como una suma infinita de armónicos esféricos (lo que constituye un desarrollo exacto), y se trunca esta suma conservando los términos necesarios para proporcionar la precisión deseada de la solución.
- Se reemplaza la variable continua de dirección  $\Omega'$  por un conjunto de direcciones discretas (método de ordenadas discretas).

En ambos casos, el rango de energías de interés se divide en un número finito de grupos discretos de energía (cálculo en multigrupos). Dada la variación y la importancia de las secciones eficaces de fisión y absorción en el rango de bajas energías (térmico), el "tamaño" de los grupos es pequeño en esa zona, y más grande en la zona de energías elevadas.

Si el sistema que se analiza tiene un eje de simetría (como ocurre normalmente en un reactor), el desarrollo en armónicos esféricos puede sustituirse por otro en polinomios de Legendre. El resultado es un conjunto infinito de ecuaciones diferenciales acopladas, caracterizada cada una por su orden  $n$  (que

vale 0 o un número entero). La importancia de las ecuaciones para la exactitud de la solución es decreciente al aumentar  $n$ , con lo cual se pueden realizar aproximaciones despreciando las ecuaciones cuyo orden sea mayor que un cierto valor de  $n$ . El grado de aproximación se representa mediante  $P_N$ , siendo  $N$  el valor máximo considerado para  $n$ . En general, la aproximación  $P_1$  (resolución de dos ecuaciones) proporciona resultados que, para los casos de interés, se diferencian poco de los obtenidos con aproximaciones de orden superior.

### III. Teoría de la difusión

#### III.1 Ecuación de la difusión

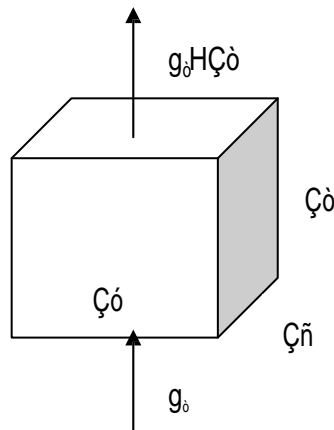
La teoría de la difusión neutrónica parte del mismo balance neutrónico planteado antes:

$$\partial n / \partial t = \text{Producción} - \text{Escape} - \text{Absorción}$$

Si se considera un sistema de neutrones monoenergéticos, la ecuación puede escribirse como:

$$\partial n / \partial t = S - \text{Escape} - \Sigma_a \cdot \Phi$$

donde  $S$ , como en el caso anterior, representa la fuente de neutrones monoenergéticos (neutrones producidos por unidad de volumen y por segundo),  $\Sigma_a$  es la sección eficaz macroscópica de absorción para esa energía y  $\Phi$  es el flujo neutrónico.



La obtención de una expresión que permita estimar las fugas neutrónicas se basa en el uso de la densidad de corriente neutrónica. La densidad de corriente  $J$  en una dirección se define como el número de neutrones que cruzan una unidad de superficie en esa dirección por unidad de tiempo. Dado un elemento rectangular de volumen  $dV$  con dimensiones  $dx$ ,  $dy$  y  $dz$  (ver figura), supongamos que la densidad de corriente en la dirección  $z$  vale  $J_z$  y  $J_{z+dz}$ . Las fugas netas de ese elemento de volumen en la dirección  $z$  vendrán dadas por la expresión:

$$\text{Fugas en dirección } z = (J_{z+dz} - J_z) \cdot dx \cdot dy = (\partial J_z / \partial z) (dx \cdot dy \cdot dz) = dV \cdot \partial J_z / \partial z$$



Por tanto, las fugas en la dirección z por unidad de volumen vienen dadas por la derivada parcial de la densidad de corriente neutrónica en la dirección z respecto a z. Si repetimos el proceso para las restantes caras, se obtiene la expresión para las fugas totales por unidad de volumen:

$$\text{Fugas totales} = \partial J_x / \partial x + \partial J_y / \partial y + \partial J_z / \partial z = \text{div } J = \nabla \cdot J$$

Donde J es el vector de densidad de corriente neutrónica, que representa el número neto de neutrones que se desplazan en cada dirección por unidad de tiempo a través de la superficie unidad perpendicular a esa dirección. La ecuación de conservación se convierte entonces en la siguiente:

$$S(r, t) - \Sigma_a \cdot \Phi(r, t) - \nabla \cdot J(r, t) = \partial n(r, t) / \partial t$$

Esta ecuación es completamente general para un flujo de neutrones monoenergéticos, y para cualquier valor del vector de posición r dentro del sistema en el instante t.

Es preciso considerar ahora las características del vector de densidad de corriente. Si se considera un número elevado de neutrones monoenergéticos, a pesar de que sus trayectorias son líneas quebradas dependientes de las interacciones de cada neutrón con los núcleos del medio, existe un movimiento global de los neutrones desde las zonas de flujo neutrónico más elevado hacia las de flujos más bajos (analogía con la difusión de los gases). Este proceso de difusión puede representarse mediante la ley de Fick, que establece que el desplazamiento neto de neutrones en una dirección es proporcional al gradiente del flujo neutrónico en esa misma dirección:

$$J_z = -D \cdot \partial \Phi / \partial z$$

siendo D el coeficiente de difusión neutrónica. La expresión para la difusión en todas direcciones será:

$$J = -D \cdot \text{grad } \Phi = -D \cdot \nabla \Phi$$

Sustituyendo en la ecuación, se tiene:

$$\nabla [D \cdot \nabla \Phi(r, t)] - \Sigma_a \cdot \Phi(r, t) + S(r, t) = \partial n(r, t) / \partial t$$

Esta ecuación es la que normalmente se denomina ecuación de difusión. Si se hace la suposición de que el sistema es homogéneo, entonces el coeficiente de difusión es constante (no depende de la posición), con lo que la ecuación queda:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi(r, t) - \Sigma_a \cdot \Phi(r, t) + S(r, t) = \partial n(r, t) / \partial t$$

Si por último suponemos que el sistema es estacionario, la ecuación de difusión es la siguiente:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi(r) - \Sigma_a \cdot \Phi(r) + S(r) = 0$$

La ecuación de difusión puede deducirse de forma directa a partir de la ecuación de transporte, haciendo algunas aproximaciones. El carácter de estas aproximaciones indica que la teoría de difusión solamente es aplicable a neutrones que estén suficientemente separados de las fuentes neutrónicas, de los absorbentes neutrónicos y de las fronteras del sistema. La virtud de la ecuación de difusión es que se presta a tratamientos matemáticos sencillos, y permite conocer de forma suficientemente aproximada el comportamiento de los sistemas.

### III.2. Coeficiente de difusión

El coeficiente de difusión tiene dimensiones de longitud, y su expresión para el caso de neutrones monoenergéticos puede deducirse de la ecuación de transporte, resultando:

$$D = 1 / [3 \cdot (\Sigma_t - \Sigma_s \cdot \mu_0)]$$

Siendo  $\Sigma_t$  la sección eficaz total (suma de la de absorción  $\Sigma_a$  y la de "scattering"  $\Sigma_s$ ) y  $\mu_0$  es el coseno medio del ángulo de scattering en el sistema del laboratorio. La cantidad  $(\Sigma_t - \Sigma_s \mu_0)$  recibe el nombre de sección eficaz de transporte.

Si definimos el recorrido libre medio ( $\lambda$ ) de un neutrón respecto de un tipo de interacción como la distancia media que recorre un neutrón desde que nace hasta que sufre una interacción de ese tipo,  $v/\lambda$  será el número medio de interacciones que sufrirá un neutrón de velocidad  $v$ . Para un haz cuya densidad de neutrones sea  $n$ , el cociente  $n \cdot v/\lambda$  representa el número medio de interacciones. Pero este número es a su vez el producto del flujo neutrónico por la sección eficaz correspondiente a la interacción de interés, de donde se deduce que el recorrido libre medio respecto de un tipo de interacción es la inversa de la sección eficaz para esa interacción.

A partir de esta definición, se puede sustituir en la ecuación utilizando el recorrido libre medio de transporte:

$$D = 1 / (3 \cdot \Sigma_{tr}) = \lambda_{tr} / 3$$

En un medio débilmente absorbente ( $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ ), la sección eficaz total es aproximadamente igual que la de scattering, con lo que se tiene:

$$D = 1 / [3 \cdot \Sigma_s (1 - \mu_0)] = \lambda_s / [3 \cdot (1 - \mu_0)]$$

Donde  $\lambda_s = 1/\Sigma_s$  es el recorrido libre medio de scattering, es decir, la distancia media que recorre un neutrón en el sistema desde su generación hasta que sufre una reacción de scattering.

### III.3. Resolución de la ecuación de difusión: fuente puntual

Al ser la ecuación de difusión una ecuación diferencial, en el proceso de su resolución aparecen constantes de integración cuyo valor es preciso fijar a partir de las condiciones de contorno del problema. Estas condiciones son las siguientes:

- Continuidad del flujo: En la superficie de separación entre dos medios con propiedades de difusión diferentes, el flujo tiene el mismo valor en los dos medios.
- Continuidad de la corriente neutrónica: En la superficie de separación entre dos medios con propiedades de difusión diferentes, las corrientes neutrónicas netas en dirección normal a la superficie son iguales.

Como ejemplo de resolución de la ecuación de difusión, supóngase el caso de un medio material no multiplicador (que no contiene material fisible) y una fuente externa de neutrones monoenergéticos. En este caso, el término fuente  $S$  es nulo en todos los puntos salvo en la posición de la fuente neutrónica externa, por lo que la ecuación de difusión para esos puntos será:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi(r) - \Sigma_a \cdot \Phi(r) = 0$$

Esta ecuación suele escribirse en la forma:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi - k^2 \cdot \Phi = 0$$

Siendo por definición  $k^2 = \Sigma_a/D$ . Si suponemos que la fuente externa está situada en el origen de coordenadas, la distribución neutrónica tendrá simetría esférica, con lo que el laplaciano puede expresarse en coordenadas esféricas:

$$d^2\Phi/dr^2 + (2/r) d\Phi/dr - k^2 \cdot \Phi = 0$$

Siendo  $r$  la distancia a la fuente. Haciendo  $\Phi = y/r$ , se tiene:

$$d^2y/dr^2 - k^2 \cdot y = 0$$

La solución general de esta ecuación es:

$$y = A e^{-kr} + C e^{kr}$$

Deshaciendo el cambio:

$$\Phi(r) = A e^{-kr} / r + C e^{kr} / r$$

$A$  y  $C$  son constantes cuyo valor se deduce de las condiciones en la frontera. Pero el valor de  $C$  tiene que ser necesariamente nulo, puesto que en caso contrario el flujo sería infinito a una distancia infinita de la fuente. Obteniendo el valor de  $A$  de las condiciones de contorno, la solución de la ecuación de difusión resulta ser:

$$\Phi(r) = [Q/(4 \cdot \pi \cdot D)] \cdot e^{-kr} / r$$

#### III.4. Longitud de difusión

Como se ha visto, en la resolución de la ecuación de difusión aparece la cantidad  $D/\Sigma_a$  o su inversa. Se define la longitud de difusión para neutrones monoenergéticos como la raíz cuadrada de esa cantidad:

$$L = \sqrt{D/\Sigma_a}$$

La magnitud así definida tiene dimensiones de longitud, y está relacionada:

- Con la distancia absoluta que el neutrón recorre en el medio antes de ser absorbido. Esta distancia absoluta no es el recorrido libre medio de absorción, sino la distancia en línea recta desde el punto de generación del neutrón hasta el de absorción, bastante más corta dada la trayectoria no recta del neutrón hasta ser absorbido.
- Con los recorridos libres medios de absorción y de transporte que se han definido antes, sin más que sustituir  $D$  y  $\Sigma_a$  por las expresiones vistas en III.2. Como consecuencia, también puede expresarse en función de las secciones eficaces del medio.

#### IV. Análisis de reactores en estado estacionario

##### IV.1. Fórmula de los cuatro factores

La fórmula de los cuatro factores permite calcular la constante de multiplicación infinita de un reactor térmico, es decir, en el que la mayoría de las fisiones son producidas por los neutrones denominados térmicos, cuya energía tiene valores bajos. Este caso es el más abundante, puesto que la sección eficaz de fisión del Uranio-235 (en el que se basan la mayoría de los combustibles) tiene un máximo para bajas energías del neutrón incidente. Supongamos en lo que sigue el caso de un reactor infinito que utiliza uranio ligeramente enriquecido como combustible.

Se define la magnitud  $\eta$  como el número de neutrones producidos por fisión por cada neutrón térmico absorbido en el combustible del reactor. Su valor es ligeramente superior a 2 para combustibles basados en Uranio o Plutonio. Si suponemos que, en un instante determinado, en el sistema infinito hay  $n$  neutrones térmicos disponibles para ser absorbidos, en la generación siguiente se producirán por fisión  $n \cdot \eta$  neutrones. Estos neutrones son de alta energía (rápidos), y sufrirán un proceso de moderación en el sistema antes de poder producir fisiones por absorción en el combustible.

Sin embargo, parte de estos neutrones pueden producir fisiones en los isótopos 238 y 235 del Uranio antes de que puedan haber sido moderados. Estas fisiones rápidas producen, en promedio, más de un neutrón, por lo que en realidad el número de neutrones rápidos disponibles para ser moderados es mayor que el producto  $n \cdot \eta$ . Este efecto se tiene en cuenta mediante el factor de fisión rápida ( $\epsilon$ ), que se define como el cociente entre el número de neutrones rápidos realmente disponibles en el sistema para ser moderados y el número de neutrones producidos por fisiones térmicas. De esta forma, la captura en el combustible de  $n$  neutrones térmicos produce  $n \cdot \eta \cdot \epsilon$  neutrones rápidos disponibles para ser moderados.

Es preciso tener en cuenta que, durante el proceso de moderación, parte de los neutrones sufren reacciones de captura que no producen fisión. La fracción de neutrones que no producen fisión por este motivo se denomina probabilidad de escape a la resonancia ( $p$ ), con lo que el número de neutrones que alcanzan

energías térmicas y están disponibles para fisión es  $n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p$ , habiendo partido de una población  $n$  de neutrones térmicos.

Una vez que los neutrones alcanzan valores de energía dentro del rango térmico, se difunden por el medio infinito, pudiendo ser absorbidos en el moderador, las estructuras, las impurezas, etc., con lo que no producen fisiones. Se define el factor de utilización térmica ( $f$ ) como el cociente entre el número de neutrones térmicos absorbidos en el combustible y el número total de neutrones térmicos absorbidos en el sistema.

Como en un sistema infinito todos los neutrones térmicos son absorbidos, el número de neutrones de cada generación absorbidos en el combustible vendrá dado por el producto  $n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$ . Con la definición de la constante de multiplicación infinita dada en función del número de neutrones térmicos disponibles en generaciones consecutivas, se tiene:

$$k_{\infty} = n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f / n = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$$

A esta ecuación se la denomina de los cuatro factores, y permite determinar el valor de la constante de multiplicación de un sistema a partir de variables cuyo cálculo es relativamente sencillo.

#### IV.2. Teoría de difusión para un grupo de energía

Supongamos de nuevo un reactor en el que todos los neutrones poseen la misma energía (un solo grupo de energía), que, siendo de dimensiones finitas, carece de reflector externo. En estas condiciones es aplicable la ecuación de difusión en estado estacionario:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi(r) - \Sigma_a \cdot \Phi(r) + S(r) = 0$$

Suponemos igualmente que, como es habitual en un reactor, la fuente de neutrones corresponde solamente a los neutrones producidos por fisión en el combustible. A partir de la definición de la constante de multiplicación, puede obtenerse la expresión de la fuente  $S$  en estas condiciones:

$$\text{neutrones producidos} = k_{\infty} \cdot \text{neutrones absorbidos} = k_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi$$

Sustituyendo, dividiendo por  $D$  y agrupando términos se tiene:

$$\nabla^2 \Phi + [(k_{\infty} - 1) \cdot \Sigma_a / D] \Phi = 0$$

Utilizando la definición de la longitud de difusión (recuérdese que los neutrones son monoenergéticos):

$$\nabla^2 \Phi + [(k_{\infty} - 1) / L^2] \Phi = 0$$

Esta ecuación puede expresarse en la forma:

$$\nabla^2 \Phi + B^2 \Phi = 0$$

Donde  $B^2$  es la laplaciana ("buckling") geométrica del sistema, que es una medida de la curvatura de la distribución espacial del flujo neutrónico. Esta ecuación puede resolverse para geometrías determinadas con las condiciones de contorno adecuadas, obteniéndose una expresión general para  $B^2$  en función de las dimensiones del sistema.

La condición de criticidad, con esta definición, viene dada por:

$$(k_{\infty} - 1) / L^2 = B_c^2 \quad \text{o bien} \quad k_{\infty} / (1 + L^2 B_c^2) = 1$$

Donde  $B_c^2$  es la laplaciana crítica, es decir, el valor de  $B^2$  para el sistema crítico. La laplaciana crítica depende de  $k_{\infty}$  y de la longitud de difusión, propiedades ambas relacionadas con las características del sistema formado por el combustible y el moderador. Por este motivo, se le denomina a veces laplaciana ("buckling") material. La condición de criticidad para un sistema dado, se convierte en que la laplaciana geométrica sea igual a la laplaciana material.

Adicionalmente, la condición de criticidad significa que la constante de multiplicación efectiva vale la unidad. Recordando la relación entre  $k_{ef}$  y  $k_{\infty}$ , se tiene:

$$1 = k_{ef} = k_{\infty} \cdot P_{nl} = k_{\infty} / (1 + L^2 B_c^2)$$

De donde se deduce que la probabilidad de permanencia para neutrones de un solo grupo de energía viene dada por la expresión:

$$P_{nl} = 1 / (1 + L^2 B_c^2)$$

## V. Cinética puntual

### V.1. Neutrones de fisión

Los neutrones que se producen en el proceso de fisión pueden dividirse en dos tipos: neutrones inmediatos y neutrones diferidos. Los neutrones inmediatos son aquellos que se liberan de manera prácticamente simultánea con la fisión (dentro de  $10^{-14}$  segundos tras la fisión o incluso menos), y representan el 99% del total de los neutrones producidos por fisión. Proviene de forma directa de los fragmentos nucleares (2 o más) que se generan en la fisión, que contienen demasiados neutrones para constituir núclidos estables, y disponen del exceso de energía necesario como para expulsar un neutrón. Estos fragmentos se denominan productos de fisión.

La mayor parte de los productos de fisión se desintegran por emisión beta. En algunos casos, esta emisión produce un núclido en un estado excitado, capaz de emitir un neutrón. Estos neutrones se producen un cierto tiempo después de la fisión inicial, por lo que se denominan diferidos. Su emisión se caracteriza por una vida media de hasta decenas de segundos, que está determinada por la desintegración del núcleo precursor (emisor beta) del que expulsa el neutrón.

Los neutrones diferidos pueden clasificarse en seis grupos atendiendo a las características de su decaimiento exponencial, es decir, a su ritmo de producción y a su vida media aproximada. Ambos vienen determinados por las características de la desintegración del núcleo (o núcleos) precursor de cada grupo. El ritmo de producción de neutrones diferidos puede expresarse como:

$$\text{Ritmo de producción de diferidos} = \sum \lambda_i C_i \quad (i = 1, 6)$$

donde  $\lambda_i$  es la constante de desintegración del grupo  $i$  y  $C_i$  es la densidad numérica de los núcleos precursores de los neutrones del grupo  $i$  en el material (en unidades de núcleos/m<sup>3</sup>).

## V.2.Vida media de los neutrones inmediatos

Supongamos un medio infinito, en el que los neutrones solamente pueden desaparecer por absorción (no existen fugas). Si denominamos  $\lambda_a$  al recorrido libre medio de absorción de los neutrones inmediatos (distancia recorrida por el neutrón desde su emisión hasta que es absorbido) y  $v$  a la velocidad del neutrón, la vida media del neutrón antes de ser absorbido será:

$$l_\infty = \lambda_a / v = 1 / v \cdot \Sigma_a$$

Donde se ha tenido en cuenta la relación entre el recorrido y la sección eficaz que se ha deducido antes. Si ahora consideramos un medio finito, parte de los neutrones desaparecerán por fugas del sistema, con lo que la vida media será más corta. Teniendo en cuenta la expresión para la probabilidad de permanencia deducida antes, se tendrá que la vida media de los neutrones inmediatos en un medio finito será:

$$l = l_\infty \cdot P_{nl} = l_\infty / (1 + L^2 B_c^2) = 1 / [v \cdot \Sigma_a (1 + L^2 B_c^2)]$$

Este cálculo se basa en que todos los neutrones se moderan a partir de la misma energía, motivo por el que quedan excluidos los neutrones retardados, que son emitidos con energías inferiores a la de los inmediatos. En el caso de tener en cuenta éstos, se obtiene un tiempo que se denomina vida efectiva de los neutrones del sistema.

## V.2.Ecuaciones de la cinética puntual

Hasta ahora, se han deducido las ecuaciones tanto de transporte como de difusión suponiendo un reactor en estado estacionario y en ausencia de fuentes externas de neutrones. Se trata ahora de examinar el estado no estacionario, es decir, aquel en el que la densidad neutrónica varía con el tiempo. Como en el caso anterior, el tratamiento puede hacerse a partir de la ecuación de transporte dependiente del tiempo, pero el tratamiento matemático es complejo. Por ello se partirá de la ecuación de difusión para neutrones monoenergéticos en un reactor homogéneo.

En un reactor homogéneo sin reflectores, en estado no estacionario y sin fuentes externas, la variación de la densidad neutrónica con el tiempo para neutrones de una sola energía (un solo grupo de neutrones térmicos) viene dada por la ecuación de difusión:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi - \Sigma_a \cdot \Phi + S = dn/dt$$

La fuente S de neutrones, al igual que antes, puede deducirse de la definición de la constante de multiplicación infinita:

$$\text{neutrones producidos} = k_{\infty} \cdot \text{neutrones absorbidos} = k_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi$$

Este término incluye los neutrones inmediatos y diferidos, aunque hasta el momento no se habían distinguido por tratarse de sistemas estacionarios. Si denominamos  $\beta$  a la fracción de neutrones diferidos, el término de producción puede dividirse para distinguir los neutrones inmediatos de los diferidos de la siguiente forma:

$$D \cdot \nabla^2 \Phi - \Sigma_a \cdot \Phi + k_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi (1-\beta) + \sum \lambda_i C_i = dn/dt$$

Donde el sumatorio se extiende a los seis grupos de neutrones diferidos. Dado que el reactor es de dimensión finita, las magnitudes  $n$ ,  $\Phi$  y  $C_i$  son funciones de la posición y del tiempo. Sin embargo, en general son variables separables, y se puede reemplazar  $\nabla^2 \Phi$  por  $B^2 \Phi$  siempre que el sistema no esté muy alejado de la criticidad. Teniendo en cuenta la definición de la longitud de difusión ( $D/\Sigma_a = L^2$ ) y la relación entre el flujo y la densidad neutrónica ( $\Phi = nv$ ), la ecuación se convierte en:

$$k_{\infty} \cdot v \cdot \Sigma_a [(1-\beta) - (1+L^2 B^2)/k_{\infty}] \cdot n + \sum \lambda_i C_i = dn/dt$$

Teniendo en cuenta la relación entre  $k_{ef}$  y  $k_{\infty}$  obtenida antes, se tiene:

$$k_{\infty} \cdot v \cdot \Sigma_a [(1-\beta) - 1/k_{ef}] \cdot n + \sum \lambda_i C_i = dn/dt$$

Si ahora se hace uso de la definición de la vida media de los neutrones inmediatos ( $l$ ) y de la definición de reactividad ( $\rho$ ) dadas al principio de este apartado y del tema, respectivamente, la ecuación puede escribirse:

$$dn/dt = k_{ef} \cdot n(\rho - \beta) / l + \sum \lambda_i C_i$$

La resolución de esta ecuación requiere de una expresión adicional que proporcione la variación con el tiempo de las densidades  $C_i$  de los precursores de los neutrones retardados. Si la producción total de neutrones por fisión es  $k_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi$  como hemos visto antes, la producción de neutrones retardados del grupo  $i$  vendrá dada por la expresión  $\beta_i \cdot k_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi$  por la propia definición de  $\beta_i$ . Al mismo tiempo, el núcleo precursor del grupo  $i$  se está desintegrando a un ritmo  $-\lambda_i C_i$ , con lo que el ritmo neto de producción del precursor del grupo  $i$  será:

$$dC_i / dt = \beta_i \cdot k_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi - \lambda_i C_i$$



Utilizando las expresiones de la vida media de los neutrones inmediatos y del flujo neutrónico, la ecuación puede escribirse:

$$dC_i / dt = n \cdot k_{ef} \cdot \beta_i / l - \lambda_i C_i$$

Estas dos ecuaciones diferenciales lineales de primer orden son las fundamentales de la cinética de reactores utilizando el modelo de reactor puntual. La primera de ellas permite conocer la importancia de los neutrones retardados para el control del reactor. Si se supone que en un reactor crítico no hay neutrones retardados, la ecuación sería:

$$dn/dt = n(\rho - \beta) / l$$

Si el reactor es crítico, entonces la población neutrónica no cambia con el tiempo ( $dn/dt = 0$ ). Ello solamente puede ocurrir si la reactividad es igual a la fracción de neutrones diferidos ( $\rho = \beta$ ), que será la condición para que un reactor pueda hacerse crítico solamente con neutrones inmediatos. Se volverá sobre esto al hablar del periodo del reactor.

Supongamos un reactor en estado estacionario que sufre un aumento de reactividad. En estado estacionario, la densidad neutrónica es constante ( $n_0$ ), y la densidad numérica de los precursores también lo es ( $C_{i0}$ ). El ritmo de crecimiento de la densidad neutrónica ante el aumento de la reactividad viene determinado por el ritmo de fisiones, y éste es proporcional a su vez a  $n$ . La solución de la primera ecuación por tanto es de la forma:

$$n(t) = n_0 \cdot e^{\omega t}$$

Como la densidad de precursores tiene que ser proporcional a la densidad neutrónica, las soluciones de la segunda ecuación serán de la misma forma:

$$C_{it} = C_{i0} \cdot e^{\omega t}$$

Utilizando estas expresiones en las ecuaciones originales, se tiene que la reactividad es:

$$\rho = \omega l / k_{ef} + \sum [\omega \beta_i / (\omega + \lambda_i)]$$

Esta es la ecuación característica que relaciona los parámetros  $\omega$  con las propiedades del reactor. Es una ecuación algebraica de séptimo grado, por lo que la variación de la densidad neutrónica con el tiempo puede expresarse como:

$$n(t) = A_0 e^{\omega_0 t} + \dots + A_6 e^{\omega_6 t}$$

Donde los parámetros  $\omega_i$  son las siete raíces de la ecuación, y las constantes  $A_i$  viene determinadas por las condiciones del reactor en el estado estacionario previo al aumento de reactividad.

### V.3.Periodo del reactor

Para valores positivos de la reactividad ( $\rho > 0$ ), seis de las soluciones  $\omega$  son negativas, y una positiva. Por ello, transcurrido un cierto tiempo tras el incremento de reactividad, todos los términos de la ecuación salvo el correspondiente a la raíz positiva se hacen despreciables, es decir, contribuyen solamente de manera transitoria a la evolución del flujo neutrónico, y la solución queda:

$$n(t) = A_0 e^{\omega_p t}$$

Se define el periodo del reactor  $T$  como el tiempo necesario para que el flujo neutrónico (o la densidad neutrónica) crezca en un factor  $e$ , es decir:

$$n = n_0 \cdot e^{t/T}$$

Comparando esta ecuación con la anterior se observa que, una vez transcurrido el tiempo suficiente como para que las contribuciones de los términos con raíz negativa hayan desaparecido, el periodo del reactor es la inversa de la raíz positiva ( $T = 1/\omega_p$ ). A este periodo se le llama periodo estable del reactor, mientras que a las inversas de las raíces negativas se les denomina periodos transitorios.

En el caso de que la reactividad sea negativa, las siete raíces de la ecuación son negativas, con lo que la evolución del flujo neutrónico con el tiempo será necesariamente decreciente. El periodo estable, correspondiente a la inversa de la raíz menos negativa, será entonces negativo.

Se ha visto que la condición para que un reactor esté en estado crítico solamente con los neutrones inmediatos es que la reactividad sea igual a la fracción de neutrones diferidos. Si se supera ese valor de reactividad, se puede demostrar que el periodo viene dado por:

$$T = 1/(\rho - \beta) \quad \text{con} \quad (\rho > \beta)$$

## VI. Coeficientes de reactividad

### VI.1. Efecto de la temperatura en la reactividad

Las variaciones de la temperatura del sistema, debidas por ejemplo a cambios en el caudal de refrigerante o en el nivel de potencia, provocan cambios notables en el valor de la constante de multiplicación efectiva del reactor. Estos cambios se representan mediante el coeficiente de reactividad por temperatura, que mide la variación de la reactividad del sistema por el cambio de temperatura en una unidad ( $dp/dT$ ).

Si la reactividad ( $\rho$ , lo que es lo mismo, la constante de multiplicación efectiva) aumentan al aumentar la temperatura, es decir, el coeficiente es positivo, el aumento de temperatura provoca un aumento de la densidad neutrónica, que a su vez provoca un aumento del número de fisiones, y por tanto, del ritmo de generación de calor. Este proceso de realimentación significa que un transitorio de aumento de temperatura puede conducir a un aumento continuado de la potencia, por lo que un reactor con coeficiente de temperatura positivo puede no ser estable.

Por el contrario, si el coeficiente de temperatura es negativo, un cambio de temperatura provoca una variación de la reactividad en sentido opuesto, modificándose la generación de calor igualmente en sentido opuesto al cambio de temperatura. En consecuencia, los transitorios de temperatura en un reactor que tenga coeficiente de temperatura negativo son limitados, tendiendo a alcanzar una situación estable a otro nivel de temperatura.

Los reactores de agua ligera son heterogéneos, por lo que conviene distinguir entre el coeficiente de temperatura del combustible y el del moderador. Estos coeficientes son diferentes en magnitud e incluso en signo, porque responden a fenómenos físicos diferentes. Además, tienen constantes de tiempo diferentes, puesto que el calor se genera en el combustible y se transmite con rapidez dentro de él, mientras que transcurre más tiempo hasta que la variación de temperatura es detectable en el moderador. El coeficiente isotérmico de temperatura es el coeficiente de temperatura que se tiene cuando el combustible y el refrigerante están a la misma temperatura. Esta situación solamente se da en condiciones de reactor crítico con potencia nula, a pesar de lo cual este coeficiente es de interés tanto desde el punto de vista de análisis como práctico. En todas las demás condiciones de operación del reactor, el coeficiente de temperatura global responde a la contribución separada del combustible y el moderador, teniendo en cuenta que su importancia es diferente dependiendo del nivel de potencia del reactor, puesto que la diferencia de temperatura entre el combustible y el moderador aumenta con la potencia.

La sección eficaz de absorción de un núcleo depende de la energía relativa entre el neutrón incidente y el núcleo. El coeficiente de temperatura del combustible tiene su origen en la vibración de los núcleos del medio en que se mueven los neutrones alrededor de su posición de reposo. Esta vibración (es decir, la energía del núcleo) aumenta con la temperatura, y el resultado es que el rango de energías del neutrón incidente para el que se produce la absorción en los núcleos del medio (en los picos de las secciones eficaces de absorción denominados resonancias) es más amplio, con lo que la absorción neutrónica aumenta. Este fenómeno se denomina ensanchamiento Doppler de las resonancias, por similitud con los cambios de longitud de onda que se observan cuando una fuente luminosa monocromática está en movimiento.

Como puede observarse, un aumento de temperatura del combustible conduce a una mayor absorción neutrónica en el mismo, con lo que el coeficiente de temperatura del combustible va a ser siempre negativo. En el caso de reactores de uranio ligeramente enriquecido, el isótopo <sup>238</sup> del Uranio (mayoritario en ese combustible) tiene picos de resonancia en el rango de 6 a 100 eV, con lo que el efecto es muy visible.

El estudio del coeficiente de temperatura del moderador es apreciablemente más complejo, porque intervienen distintos fenómenos físicos con contribuciones distintas tanto en magnitud como en signo. Los más destacables, en un análisis simplificado, son los siguientes:

- En el caso de un moderador líquido (agua), un aumento de temperatura provoca un aumento notable de su volumen. Dado que el volumen de moderador presente en el núcleo es esencialmente constante, ello significa una reducción neta del número de núcleos de moderador en el núcleo, con lo que aumenta la proporción de neutrones absorbidos en el combustible frente a los absorbidos en el moderador, y se produce una contribución positiva al coeficiente de temperatura.
- La afirmación anterior está basada en la hipótesis de que la disminución de moderador en el núcleo al aumentar la temperatura no modifica el espectro neutrónico, lo que es falso. En los reactores de agua ligera, se produce un desplazamiento del espectro neutrónico hacia la zona rápida al disminuir la absorción en el moderador, que se traduce en una contribución negativa al coeficiente de temperatura del moderador (por disminución del número de fisiones térmicas) que habitualmente es superior al efecto positivo citado.
- En los reactores de agua a presión se utiliza Boro disuelto en el moderador para controlar la reactividad, por sus características de veneno neutrónico. La expansión del moderador al aumentar la temperatura produce una disminución del número de núcleos de Boro presentes en el núcleo, con lo que se produce un aumento de la reactividad al reducirse la absorción. Esta es una contribución positiva importante, que obliga a limitar la concentración de Boro máxima que puede utilizarse.
- Para un reactor concreto, las fugas neutrónicas dependen de las propiedades del moderador, en particular de la longitud de difusión. El aumento de temperatura produce una reducción de la densidad del moderador, con lo que la probabilidad de fuga del neutrón aumenta, y se produce una contribución negativa al coeficiente.

El balance de estos efectos determinará el valor y el signo del coeficiente de temperatura del moderador, dejando aparte el impacto de otros efectos menores que no se han descrito.

## VI.2.Coficiente de potencia y defecto de potencia

Desde el punto de vista práctico, se utiliza en ocasiones el denominado coeficiente de potencia ( $dp/dP$ ), que tiene en cuenta el efecto de la temperatura sobre la reactividad, incluyendo la diferencia de temperatura entre combustible y moderador (que depende de la potencia), y otros efectos dependientes del nivel de potencia, como por ejemplo el envenenamiento por productos de fisión. La operación estable del reactor requiere que el coeficiente de potencia sea negativo.

El defecto de potencia es el cambio total de reactividad que se produce al pasar de condiciones críticas a potencia nula a las de plena potencia. Como la reactividad adicional necesaria en condiciones de potencia cero es compensada por medio de la inserción de barras de control o el uso de Boro disuelto, el defecto de potencia es la base del diseño del sistema de control. El requisito fundamental es que las barras de control, al introducirse en el núcleo, puedan insertar reactividad negativa suficiente para contrarrestar el defecto de potencia, proporcionando suficiente margen de parada para el reactor.

## VI.3.Efecto de los huecos y la ebullición

La formación de huecos en el moderador del reactor produce dos efectos contrapuestos en la reactividad: por un lado, la reducción del volumen de material moderador tiende a disminuir la reactividad al bajar la tasa de fisiones térmicas; por otro, el moderador también es absorbente neutrónico, por lo que su desaparición tenderá a aumentar la reactividad. En los reactores de agua ligera en ebullición predomina el primer efecto, de forma que el denominado “coeficiente de reactividad por huecos” es negativo. De esta forma, los transitorios de potencia en estos reactores tienden a equilibrarse, puesto que el aumento de temperatura provocado por el aumento de potencia lleva a una mayor ebullición, y ésta reduce la reactividad.

## VII. Evaluación del grado de quemado

La irradiación del combustible en el reactor provoca la desaparición gradual del material fisible para producir energía, por lo que su vida útil es limitada. La vida útil del combustible se mide mediante el quemado, que es la cantidad de energía térmica que se ha generado mediante fisión en el combustible por cada unidad de masa del combustible que se cargó inicialmente en el reactor (generalmente expresado como Mw-día por tonelada de Uranio). El consumo del material fisible produce nuevos núclidos denominados productos de fisión, con lo que la composición isotópica del combustible varía con el grado de quemado, reduciéndose de forma lógica su reactividad, tanto por la desaparición de material fisible como por el hecho de que la mayor parte de los productos que se obtienen en las reacciones nucleares que se producen en el combustible son absorbentes neutrónicos.

En el caso de un reactor de agua ligera cuyo combustible esté formado por Uranio ligeramente enriquecido, los fenómenos fundamentales que se observan durante el quemado en cuanto a la composición isotópica del combustible son los siguientes:

- Se consume Uranio 235 y se generan los productos de fisión
- El Uranio 238 captura neutrones, y tras sufrir dos desintegraciones beta, produce Plutonio 239. Al ser éste un isótopo fisible, se reduce el ritmo de consumo de Uranio 235 para la misma producción de potencia
- El Plutonio 239 también sufre reacciones de captura, dando lugar al Plutonio 240. Este a su vez, también captura neutrones para formar Plutonio 241 (que también es fisible), y así sucesivamente
- Se producen otras reacciones de captura que producen diversos isótopos de elementos pesados con número atómico superior a 92

### VII.1. Cálculos de quemado

La determinación del quemado va encaminada a conocer la composición del núcleo del reactor, la distribución de la potencia en el mismo y el factor de multiplicación, todo ello en función del tiempo. Para ello es necesario determinar los cambios de la composición isotópica que se producen en el combustible, tanto en el espacio como a lo largo del periodo de irradiación.

Consideremos un producto de fisión  $i$  concreto. De forma totalmente general, la formación de este núclido puede producirse por fisión, por captura neutrónica en

el núclido j y por desintegración radioactiva del núclido k. Por otro lado, el núclido puede desaparecer por captura neutrónica o por emisión beta. Por tanto, la variación de la concentración del producto de fisión i a lo largo del tiempo viene dada por la ecuación:

$$dN_i/dt = \gamma_i N_f \sigma_f \Phi + N_j \sigma_j \Phi + \lambda_k N_k - N_i \sigma_i \Phi - \lambda_i N_i$$

Siendo: N las concentraciones de núcleos fisionables y de los núclidos j y k;  $\sigma$  la sección eficaz de fisión y la de captura de los núcleos i y k;  $\Phi$  el flujo neutrónico;  $\gamma_i$  el rendimiento por fisión del núcleo i; y  $\lambda$  la constante de desintegración del núcleo i. Los valores de  $\sigma$ ,  $\lambda$  y  $\gamma$  son conocidos.

La resolución de este tipo de ecuaciones requiere conocer la distribución espacial del espectro neutrónico en el núcleo. Pero el espectro depende a su vez de la composición isotópica del combustible, con lo que aparece una dificultad para la resolución de la ecuación. Una forma de resolverla es calcular el flujo neutrónico mediante la ecuación de difusión en multigrupos en un instante t en el que la composición del combustible es conocida, y asumir que la distribución y el espectro así calculados permanecen constantes durante un cierto intervalo de tiempo de irradiación. Las concentraciones isotópicas pueden entonces calcularse en ese instante posterior, con lo que se puede de nuevo calcular el flujo neutrónico en ese instante. Repitiendo este proceso se puede obtener la composición isotópica correspondiente a cualquier valor de quemado, con una precisión que es mayor cuanto más cortos sean los intervalos de tiempo considerados.

El tratamiento completo del quemado del combustible requiere conocer las secciones eficaces y constantes de desintegración de todos los productos de fisión y núcleos pesados, así como sus concentraciones. Para el caso del quemado del núcleo de un reactor, el cálculo puede simplificarse si se tienen en cuenta dos aspectos:

- Los productos de fisión de interés son aquellos con secciones eficaces especialmente grandes (por ejemplo Xenon y Samario). Los productos con secciones eficaces pequeñas pueden agruparse y asignar una sección eficaz media a cada grupo.
- Los núclidos con vidas medias muy cortas pueden eliminarse del cálculo. Es el caso por ejemplo del Uranio 239

El siguiente paso para simplificar el cálculo es el suponer que el flujo neutrónico es constante en una cierta región del combustible, de manera que se reduce sensiblemente el número de puntos en el espacio en el que es preciso hacer el cálculo. Por último, dependiendo de la precisión requerida, puede reducirse el número de dimensiones en que se realiza el cálculo, despreciando la variación axial o radial del quemado dentro del elemento combustible.

## VII.2.Efecto de los productos de fisión

Como ya se ha indicado, los productos de fisión son absorbentes neutrónicos, por lo que su efecto fundamental en el reactor es el de reducir la reactividad. Algunos de ellos, especialmente el Xenon 135 y el Samario 149, tienen unas

secciones eficaces de absorción muy elevadas en la zona térmica, por lo que se comportan como auténticos venenos que afectan al valor de la constante de multiplicación del reactor. Como la concentración de productos de fisión depende de la potencia (a través del flujo neutrónico), un cambio de reactividad modifica su concentración, lo que a su vez modifica la reactividad. Sin embargo, no es preciso incluir este efecto en las ecuaciones cinéticas porque el ritmo de variación de la densidad neutrónica es muy superior al de cambio de la concentración de los productos de fisión.

El veneno más importante es el Xenon 135, al tener una sección eficaz de absorción excepcionalmente elevada. Este isótopo se forma directamente por fisión, pero la mayor parte de su concentración en el reactor proviene de la desintegración del Yodo 135, que a su vez proviene del Telurio 135. Este último, de vida muy corta, aparece como producto de fisión directo en más del 6% de las fisiones.

La concentración de Xenon es especialmente importante una vez parado el reactor. Dado que el Yodo tiene una vida media bastante inferior a la del Xenon, éste se sigue acumulando una vez que el flujo neutrónico es nulo, debido a que la desintegración del Yodo presente en el momento de la parada se produce a un ritmo superior al de desintegración del Xenon. La concentración máxima de Xenon se alcanza unas 11 horas tras la parada del reactor, momento a partir del cual la concentración empieza a disminuir por desintegración. Como es obvio, la puesta en marcha del reactor en ese momento requiere que el núcleo tenga un exceso de reactividad positiva capaz de contrarrestar el aporte de reactividad negativa debido al Xenon. Una vez arrancado el reactor, el Xenon comienza a desaparecer rápidamente por captura neutrónica, hasta que su concentración alcanza el valor de equilibrio correspondiente al nuevo nivel de potencia (flujo neutrónico) del reactor.

El Samario 149 se forma a partir del Neodimio 149 pasando por Promecio 149. A diferencia del Xenon, el Samario 149 es un isótopo estable, por lo que su concentración de equilibrio en el reactor es independiente del nivel de flujo neutrónico. Tras la parada del reactor, el Samario se acumula de forma similar al Xenon y por los mismos motivos. Sin embargo, su concentración en el reactor no alcanza un máximo y luego decrece, sino que tiende a alcanzar un valor asintótico al no existir desaparición por desintegración. El efecto en reactividad del Samario 149 es aproximadamente un orden de magnitud inferior al del Xenon 135.

De los restantes productos de fisión, los únicos importantes desde el punto de vista de la reactividad son el Cadmio 113, Samario 151, Europio 155 y Gadolinio 157, todos ellos con una efectividad todavía inferior a la del Samario 149.

Como ya se ha indicado, además de los productos de fisión, durante el proceso de quemado se produce un número elevado de isótopos pesados por reacciones de captura neutrónica que se inician en el Uranio 235 y 238. En general se trata de isótopos de Uranio, Neptunio y Plutonio, que se generan por reacciones  $(n, \gamma)$  y  $(n, 2n)$ , en ocasiones seguidas por una emisión beta, y de manera estricta no son productos de fisión. Sin embargo, contribuyen a reducir la reactividad por captura neutrónica. Desde este punto de vista, los más importantes son los isótopos 239, 240, 241 y 242 del Plutonio, el Uranio 236 y el Neptunio 237. Debe resaltarse que el Plutonio 239 y el 241 son isótopos fisibles, y por tanto contribuyen a

incrementar la reactividad. Sin embargo, también tienen una elevada sección eficaz de captura neutrónica sin producir fisión, y por tanto, desde ese punto de vista, actúan como venenos neutrónicos.

### VIII. Bibliografía

“Física de reactores nucleares”. JEN, Madrid, 1976. R. Caro.

“Nuclear Reactor Engineering: Reactor Design Basics”, Vols. 1 y 2. Glasstone y Sesonske

“Methods of steady-state reactor physics in nuclear design”. Stammeler y Abate

“Computational methods of neutron transport”. Lewis y Miller

“Nuclear Reactor Analysis”. Duderstadt y Hamilton